8. Übungsblatt

Gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Ordnung

Für die Übungsteilnehmer: Abgabe nach der Vorlesung am 14. 1. 2002

1. Bestimmen Sie *alle* Lösungen von $y'' + \frac{1}{2x}y' = 0$

2. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen:

a) $y'' + y' - 2y = 0$ b) $y'' - 2y' + y = 0$ c) $y'' - 2y' + 2y = 0$

3. Lösen Sie die Differentialgleichung $y''+2y'+2y = 0$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$. Danach Kurvendiskussion der gefunden Lösung; Nullstellen, Extrema und Wendepunkte sind auf dem Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ zu bestimmen. (Hinweis: wenn Sie sich nicht verrechnet haben, sollten Sie eine Funktion erhalten, deren Kurvendiskussion als Beispiel in den Übungen bereits gerechnet wurde! Für die Bestimmung der Extrema erinnnern Sie sich an die Beziehung $A\ \sin x + B\ \cos x = C \sin(x + \gamma)$, mit $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ und $\gamma = \arcsin(B/\sqrt{A^2 + B^2}) = \arccos(A/\sqrt{A^2 + B^2})$ (3. Übungsblatt))

4. Lösen Sie die Differentialgleichung $y'' - 2y' - 3y = 5\sin(2x)$. Dies ist eine *inhomogene* DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Analog zur Vorgangsweise bei inhomogenen DGL 1. Ordnung ist zunächst die allgemeine Lösung y_H der zugehörigen homogenen DGL ($y_H'' - 2y_H' - 3y_H = 0$) zu bestimmen. Danach sucht man durch Einsetzen der Funktion $y_P = C\cos(2x) + D\sin(2x)$ in die inhomogene DGL und Bestimmung von C und D durch Koeffizientenvergleich *eine* partikuläre Lösung y_P der inhomogenen Gleichung zu finden. Zuletzt berechnen Sie die vollständige Lösung $y(x) = y_H + y_P$, die die Anfangsbedingung $y(0) = y'(0) = 1$ erfüllt. Weitere Details und ein durchgerechnetes Beispiel zu Aufgaben dieser Art finden Sie z.B. im Netz, S. 548ff.