

## 4. Übungsblatt

Für die Übungsteilnehmer: Abgabe nach der Vorlesung am 19. 11. 2001

### Integralrechnung für Funktionen einer Variablen

1. Berechnen Sie den Inhalt derjenigen Fläche im rechtwinkligen  $(x, y)$  Koordinatensystem, die nach unten von der Parabel  $y = x^2$  und nach oben von der Parabel  $y = 1 + x^2/2$  begrenzt wird. (Hinweis: Zeichnen Sie sich eine Skizze der Funktionsgraphen, um sich die Problemstellung klar zu machen!)

*Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse für Aufgaben 2) und 3) sowohl durch Differenzieren, als auch durch Nachschauen in einer Integraltafel.*

2. Bestimmen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

a)  $x^2 \sin x$     b)  $e^{ax} \sin bx$     c)  $\sqrt{x} \ln x$     d)  $x \cdot \sqrt[3]{1+x^2}$     e)  $x \exp(-x^2)$     f)  $\frac{\cos x}{1 + \sin x}$

3. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

a)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt{1-x} - 1) dx$     b)  $\int_0^\pi (1 - \cos 2x) dx$     c)  $\int_0^\infty x e^{-x} dx$

4. Differenzieren Sie folgende Funktionen nach  $x$ : (Hinweis: Hauptsatz der Differential und Integralrechnung!)

a)  $\int_a^x \frac{1}{1+t^4} dt$     b)  $\int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$     c)  $\int_{-x}^x \frac{e^t - 1}{t} dt$