

1. Übungsblatt

Für Übungsteilnehmer: Abgabe nach der Vorlesung am 15. 10. 2001

Rechnen mit komplexen Zahlen

Folgende Beziehungen (vgl. Vorlesung!) sind für das effiziente Rechnen mit komplexen Zahlen wichtig: $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$, $\cos \phi = (e^{i\phi} + e^{-i\phi})/2$, und $\sin \phi = (e^{i\phi} - e^{-i\phi})/2i$. Unglücklicherweise sind sie in Formelsammlungen entweder "gut versteckt" oder fehlen sogar.

1. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke.

a) $(5 - i)(2 + 3i) - 2i$ b) $\frac{1 + 3i}{2 - i}$

2. Vereinfachen Sie (wenn nötig) die folgenden Ausdrücke und geben Sie das Ergebnis in Polarkoordinaten (Betrag und Argument der komplexen Zahl an).

a) i^n , $n \in \mathbf{Z}$ b) $\frac{i}{1 + i}$

3. Zeigen Sie durch einfaches Nachrechnen, daß $z\bar{z} = |z|^2$

4. Berechnen Sie

$$\left[\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3}) \right]^6$$

5. Finden Sie alle (!) Lösungen von

a) $z^2 = i$ b) $z^3 = i$ c) $z^3 = 1 + i$