

Funktionen

1. Bitte erinnern Sie sich (bzw. wiederholen Sie) die wichtigsten Eigenschaften häufig vorkommender Funktionen (x , x^2 , x^3 , \dots , e^x , $\ln x$, $\sin x$, $\cos x \dots$). Sie sollten z.B. den Funktionsgraph skizzieren können und wissen, wo die Nullstellen liegen. Die notwendigen Infos finden Sie z.B. im “kleinen Bartsch” ab Seite 115, oder verwenden Sie z.B. WolframAlpha um sich Plots darstellen zu lassen. Z.B. produziert die Eingabe e^x einen Plot und eine Auflistung vieler Eigenschaften von e^x (Hinweis: “root” heißt Nullstelle!)
2. Welche der eben genannten Funktionen sind gerade, ungerade, periodisch? (Infos zu dieser und den folgenden Fragen z.B. im “kleinem Bartsch” S. 110, oder im Skriptum).
3. Hat man den Graph einer Funktion, so erhält man den Graph der Umkehrfunktion durch Spiegelung an der Geraden $y = x$. Probieren Sie dies für das Paar $x^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}$. Wie verhält es sich für \sqrt{x} mit der Eindeutigkeit?
4. Ebenso für $e^x \Leftrightarrow \ln x$. Überlegen Sie sich, wie aus der Wertemenge von e^x die Definitionsmenge von $\ln x$ folgt.
5. Versuchen Sie, sich die Eigenschaften der Umkehrfunktion des Sinus, also des Arkussinus (geschrieben $\arcsin x$ bzw. auch $\sin^{-1} x$), durch Verstehen des Monotonieverhaltens von $\sin x$ zu überlegen. Geben Sie mögliche Intervalle an, für die Sie die Umkehrfunktion definieren können. Vergleichen Sie mit “kleiner Bartsch”, S. 124.
6. Warum ist die Definitionsmenge von $\arccos x$ auf das Intervall $[-1, 1]$ beschränkt? Was ist zu beachten, wenn die Umkehrfunktion von $\cos x$ für das Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ gesucht ist?
7. Im “kleinen Bartsch” S. 109 finden Sie die Rechenregeln für Grenzwerte. Versuchen Sie sich an

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$$

in dem Sie unter Berücksichtigung dieser Rechenregeln umformen. (Hinweis: Machen Sie den *Zähler* rational! Verwendung von l'Hospital gilt nicht!). Was gibt Ihr Taschenrechner für $x = 0.01$ und $x = 0.000000001$?

8. Welche der folgenden Behauptungen sind richtig?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cos x = +\infty$$

9. Wir interessieren uns für die Fläche, die eine Funktion $f(x)$ auf einem Intervall $[a, b]$ mit der x -Achse einschließt. Im allgemeinen benötigt man dafür Integralrechnung. Aber wie sieht es für eine *ungerade* Funktion und das Intervall $[-a, +a]$ aus (z.B. $\sin x$, $[-\pi, +\pi]$)?